

УДК 621.9

Обзор методов профилирования червячной фрезы для зубчатых венцов

Н. А. Чемборисов, Т. Г. Девжеева

Ключевые слова: винтовые поверхности, зубчатое колесо, исходная инструментальная поверхность, методы профилирования, формообразование, червячная фреза.

При обработке зубчатых венцов наибольшую производительность обеспечивает фрезерование червячными фрезами. Боковые поверхности зубьев представляют собой эвольвентно-винтовые поверхности. Формообразование винтовой поверхности детали (ВПД) осуществляется за счет двух движений: обкаточного, обеспечивающего получение формы профиля образуемой поверхности методом обката, и винтового, в сочетании с обкаточным гарантирующего получение формы направляющей производящей линии образуемой поверхности, то есть ее винтовой линии. Ни в одном сечении профиль ВПД не совпадает с профилем режущего инструмента (РИ). Поэтому необходимо решить задачу профилирования, а именно определить форму и размеры инструмента. В настоящее время разработано большое количество методов выполнения указанной задачи, однако ни один из них нельзя считать совершенным. Рассмотрим различные методы профилирования производящей поверхности для червячной фрезы.

Метод общих нормалей основан на построении общих нормалей к ВПД и исходной инструментальной поверхности (ИИП) [1]. Его применение не позволяет получить полный профиль образующей ИИП в связи с необходимостью решать уравнение контакта ВПД и ИИП, которое является трансцендентным.

Метод общих касательных, в основу которого положен геометрический смысл, предполагает, что кривые, полученные в результате пересечения ВПД и ИИП каждой плоскостью, перпендикулярной к оси РИ, должны иметь общую касательную. Данный метод не дает возможности найти полный профиль РИ, так как последний определяется решением трансцендентного уравнения контакта точек, принадлежащих ИИП и ВПД. Кроме того, при определении профиля РИ червячного типа необходимо прибегать к преобразованиям Оливье, требующим громоздких расчетов и построений.

Метод совмещенных сечений заключается в том, что ВПД рассекается плоскостями, проходящими через ось РИ и параллельно его оси. Семейство профилей, образованное в указанных сечениях, проецируется с помощью кругового проецирования на диаметрально плоскость РИ. Огибающая к образованному семейству кривых является искомым профилем РИ. Метод совмещенных сечений позволяет определить полный профиль, но у него есть ряд недостатков: невысокая точность при проектировании, не совсем верная расчетная схема (вместо торцового сечения используется вид сбоку, что ведет к получению искаженного профиля ИИП). Это сужает область применения метода, в частности для профилирования червячной фрезы, так как нет возможности для точного определения модификации профиля ИИП.

Описанные выше методы профилирования используются и для определения номинального профиля РИ с допущением о наличии номинального профиля детали. Многие факторы, имеющие значение при проектировании РИ, не формализованы, и это увеличивает объем вычислений при формообразовании зуборезного РИ.

Инвариантный метод профилирования, приведенный в работе [2], представляет собой усовершенствованный метод совмещенных сечений [1]. Он состоит из нескольких этапов:

- определение диапазона решения задачи профилирования;
- круговое проецирование винтовых линий детали на осевую плоскость РИ;
- определение огибающей семейства круговых проекций винтовых линий.

Круговое проецирование выполняется по зависимостям:

$$\begin{aligned}x_{к.п} &= 0; \\ y_{к.п} &= \sqrt{(z_B \sin \varepsilon)^2 + (x_B + A_w)^2}; \\ z_{к.п} &= y_B \sin \varepsilon + y_B \cos \varepsilon,\end{aligned}\quad (1)$$

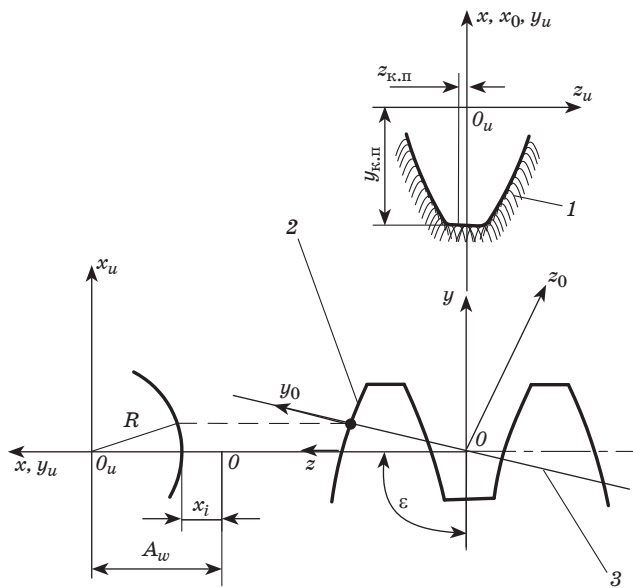


Рис. 1. Схема кругового проецирования эвольвентной винтовой поверхности:

x_0, y_0, z_0 — координатные оси образующей ИИП; x_u, y_u, z_u — координатные оси инструмента; 1 — круговая проекция текущей винтовой линии; 2 — винтовая линия, полученная текущей точкой образующей; R — радиус круговой проекции винтовой линии инструмента, x_i — координата текущей точки; $R = y_{к.п.}$; ϵ — угол скрещивания осей заготовки и инструмента; 3 — образующая $L(x_0; y_0)$

где $x_{к.п.}, y_{к.п.}, z_{к.п.}$ — координаты точки, принадлежащей круговой проекции винтовой линии; x_B, y_B, z_B — координаты точки, принадлежащей винтовой линии; A_w — кратчайшее расстояние между осями заготовки и инструмента; ϵ — угол скрещивания осей заготовки и инструмента.

Полученная система уравнений позволяет построить круговые проекции винтовой поверхности зубчатого венца на осевую плоскость РИ без проведения сечений детали. Для определения профиля образующей ИИП необходимо найти огибающую кривую к полученному семейству (рис. 1).

Суть данной методики заключается в построении дуг окружностей, касающихся трех расположенных подряд кривых из семейства [2]. По выбранным трем начальным точкам $1', 2', 3'$ на трех соседних круговых проекциях винтовых линий строится описывающая дуга окружности, определяется ее центр C' и кратчайшее расстояние от C' до каждой из этих трех круговых проекций (рис. 2). Этим расстояниям соответствуют точки $1'', 2'', 3''$, по которым определяется центр C'' проходящей через них окружности. Процесс повторяется до тех пор, пока расстояние $C'C''$ между предыдущими положениями центров не окажется меньше заданной точности расчета Δ_C .

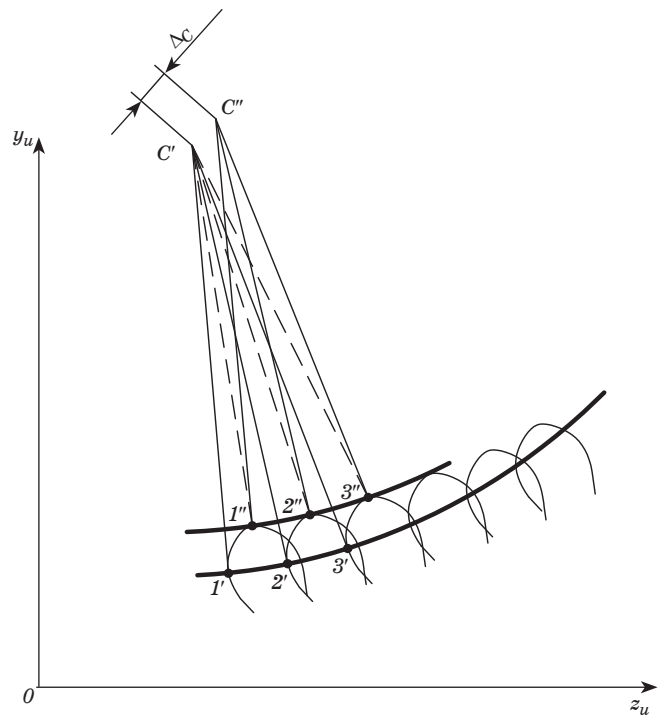


Рис. 2. Схема построения дуг окружностей

Средняя точка $2''$ принимается за точку искомого профиля, и процедура повторяется со смещением круговых проекций винтовых линий на одну кривую семейства. Для определения всех точек, принадлежащих огибающей семейства, необходимо последовательно определить на каждой кривой точку, принадлежащую огибающей.

Точка, рассматриваемая в качестве круговой проекции кривой, отстоящая на кратчайшем расстоянии от центра C' , должна удовлетворять следующему условию: касательная в этой точке перпендикулярна прямой, содержащей отрезок, который соединяет рассматриваемую точку и центр C' (рис. 3).

Математически описанное условие выражается следующим образом:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \alpha';$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(y_B \cos \epsilon - z_B \sin \epsilon) + y_B(x_B - A_w)}{[\sqrt{(z_B \sin \epsilon - y_B \cos \epsilon)^2 - (x_B - A_w)^2}] \times (P \cos \epsilon - x_B \sin \epsilon)}; \quad (2)$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{(y_B \sin \epsilon - z_B \cos \epsilon) - z_{C'}}{\sqrt{y_C(z_B \sin \epsilon - y_B \cos \epsilon)^2 - (x_B - A_w)^2}}, \quad (3)$$

где $y_{C'}, z_{C'}$ — координаты центра окружности, проходящей через три точки. Приравняв выражения (2) и (3), мы можем получить

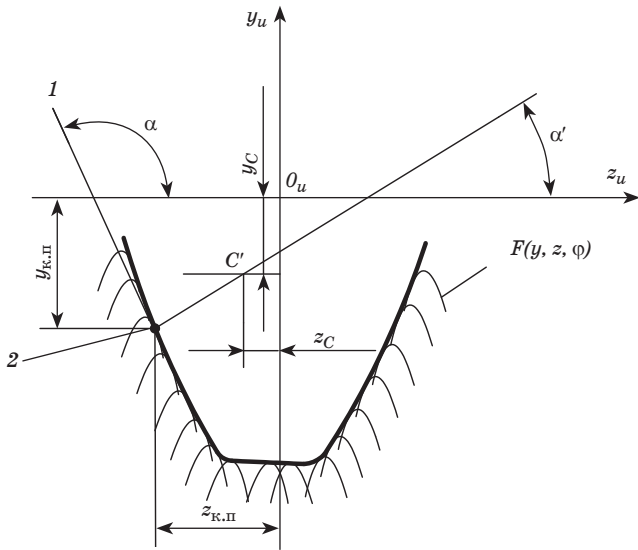


Рис. 3. Условие существования касательной:

α — угол наклона касательной; α' — угол наклона прямой, содержащей отрезок, соединяющий искомую точку на круговой проекции и рассматриваемый центр; y_C, z_C — координаты центра окружности, проходящей через три точки; 1 — касательная к рассматриваемой кривой; 2 — точка, минимально удаленная от центра C' ; $y_{к.п}, z_{к.п}$ — координаты точки, принадлежащей круговой проекции винтовой линии; $F(y, z, \varphi)$ — круговая проекция текущей винтовой линии

уравнение, определяющее точку на винтовой линии, описанной системой. От центра C' указанную точку отделяет кратчайшее расстояние.

Использование данного метода дает возможность рассмотреть несколько вариантов параметров установки РИ относительно обрабатываемой заготовки, в частности установки червячной фрезы относительно шестерни. Способ формообразования винтовой поверхности на основе систематизации его признаков анализируется с учетом вариантов установки заготовки и РИ [2]. Систематизация признаков способа формообразования позволяет выявить логическую связь получаемой ВПД с параметрами установки заготовки и РИ. Варьирование любого признака ведет к изменению формируемой поверхности. В результате построения логической модели выявлено влияние компонентов технологической системы на формирование параметров установки РИ относительно заготовки. Указанные погрешности используются для анализа различных вариантов моделирования процесса обработки зубчатого венца. Если получить все граничные профили с учетом всех возможных вариантов параметров установки РИ, то можно провести их сравнение с заданным профилем по чертежу. В результате такого сопоставления определяются отклонения по нормали от заданного,

максимальное среди них не должно превышать допуска на глубину заданного профиля.

Численный метод расчета профиля червячной фрезы [3] основан на том, что ИИП и поверхность детали формируются с помощью двух семейств координатных линий (образующих и направляющих), описанных параметрическими сплайнами. Данные семейства образуются при использовании осевых, нормальных или торцевых сечений. Поверхность профиля зуба детали задается семейством сечений, в каждом из которых рассчитываются координаты ряда узловых точек. Каждая такая точка представляет собой экстремальное положение точки L , полученной при пересечении линии формообразования и линии пересечения ИИП с поверхностью сечения детали (рис. 4).

Пересечение ИИП с поверхностью профиля детали определяется численным методом, с помощью сплайна, построенного для ряда точек. Координаты этих точек рассчитываются при пересечении координатных линий ИИП с поверхностью детали. Положение узловой точки можно найти при решении оптимизационной задачи, в рамках которой роль параметра выполняет время или иной параметр, определяющий движение инструмента относительно условно неподвижной детали [3].

Метод численного моделирования поверхностей, рассматриваемый для определения параметров профиля червячной фрезы, позволяет решать прямые и обратные задачи. Для описания плоских и пространственных кривых, какими являются линии формообразования и координатные линии, одним из наиболее универсальных средств являются параметрические сплайны [4]. Совокупность сплайнов вида $S(x; \bar{S}), S(y; \bar{S}), S(z; \bar{S})$,

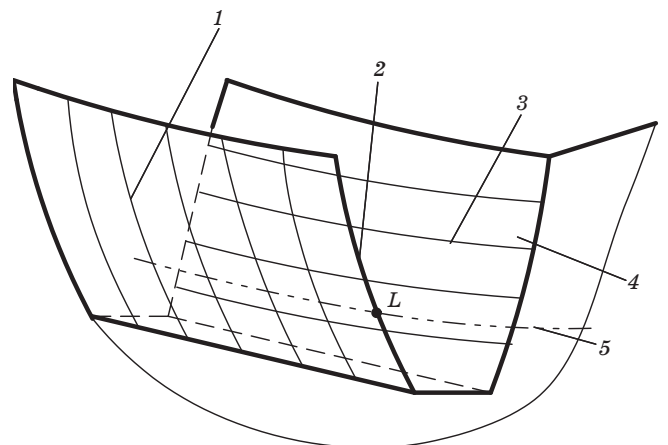


Рис. 4. Схема пересечения линии формообразования и исходной инструментальной поверхности: 1 — координатная линия; 2 — исходная инструментальная поверхность; 3 — координатная линия; 4 — поверхность детали; 5 — линия формообразования

где \bar{S} — суммарная длина хорд, называется интерполяционным параметрическим сплайном. Для $\bar{S} \in [\bar{S}_i, \bar{S}_{i+1}]$ каждый из приведенных выше сплайнов можно записать в виде:

$$S(f; s) = \sum_{a=0}^3 a_{i\alpha} (\bar{s} - \bar{s}_i)^\alpha, \quad (4)$$

где $a_{i\alpha}$, a — коэффициенты, $a_{i\alpha}$, $a = 0, 1, 2, 3$, вычисляемые для каждого $i = 0, \dots, N$ при решении системы уравнений:

$$S(f; \bar{s}_i) = f_i, \quad S(f; \bar{s}_{i+1}) = f_{i+1}; \quad (5)$$

$$S'(f; \bar{s}_i) = f'_i, \quad S'(f; \bar{s}_{i+1}) = f'_{i+1}, \quad (6)$$

где S' — сплайн для описания координатных линий; f — целевая функция; f'_i — минимизированная целевая функция.

Для построения параметрических сплайнов, описывающих линию сечения, теоретический профиль задается в двух плоскостях, осевой и торцевой (рис. 5). Узловые точки сопряженной поверхности определяются на линиях формообразования. В качестве линии формообразования целесообразно взять линии пересечения поверхностей двух семейств сечений.

Уравнение линии формообразования будет выглядеть следующим образом:

$$x = \bar{s} \cos \varphi; \quad y = \bar{s} \sin \varphi; \quad z = z_i, \quad (7)$$

где \bar{S} — параметр, определяющий положение текущей точки на линии формообразования; φ — угол между текущей осевой плоскостью и координатной плоскостью; z_i — аппликата текущей торцевой плоскости.

Также с помощью численного метода определения профиля можно решить

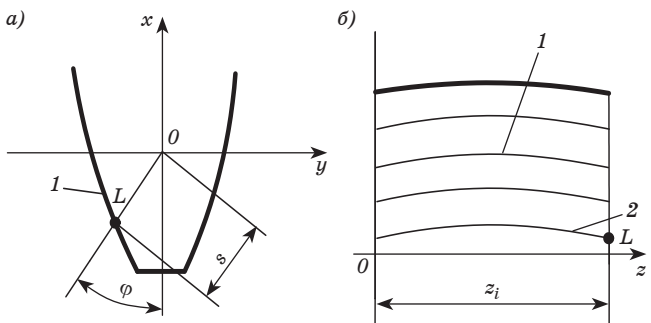


Рис. 5. Сечения профиля:

а — осевое: 1 — исходная инструментальная поверхность;

б — торцевое: 1 — координатная линия; 2 — линия формообразования; z_i — аппликата текущей торцевой плоскости

оптимизационную задачу, которая состоит в уменьшении величины подрезания ножки зубьев при финишной обработке червячным кругом. При ее выполнении определяется экстремальное положение узловой точки L . Для этого необходимо выбрать начальные приближения параметров, при которых поверхность профиля зубчатого венца и линия формообразования пересекаются. Для зуборезного РИ положение точки L на линии формообразования определяется при наличии экстремального значения параметра φ , которое будет соответствовать точке пересечения линии формообразования и поверхности детали.

При рассмотрении других методов профилирования червячной фрезы обнаруживаются те или иные присущие им недостатки. При проектировании учитываются не все технологические факторы изготовления деталей. Общим ограничением всех методов является определение профиля инструмента, который обрабатывает цилиндрические винтовые поверхности.

Итерационный способ профилирования, основанный на методе общих нормалей, не предполагает использования сложных формул и приемов вычислений [5]. Однако при выполнении итерационных расчетов также возникает трансцендентность вычислений.

Геометрическое моделирование формирования поверхности РИ охватывает все возможные теоретические способы формирования поверхностей, учитывает все виды, типы и конструкции режущей части инструмента [6]. Тем не менее предлагаемая модель не рассматривает сам процесс резания материала детали, это является принципиальным недостатком подхода, так как невозможно проектировать РИ без моделирования процессов, происходящих в зоне резания.

Следовательно, профилирование червячной фрезы с помощью инвариантного метода является наиболее предпочтительным вариантом, так как позволяет получить наиболее точный и полный профиль инструмента. Профилирование осуществляется без проведения сечений детали, что значительно упрощает задачу профилирования. С помощью данного метода можно обеспечить проверку получения полного профиля зубчатого венца с применением спроектированного инструмента, что позволяет успешно решать оптимизационную задачу.

Литература

1. Чемборисов Н. А., Юнусов Ф. С. Повышение эффективности инструмента для обработки сложных поверхностей на базе математического моде-

лирования. Казань; Изд-во КГТУ им. Туполева; Набережные Челны: КамПИ, 1998. 179 с.

2. **Чемборисов Н. А.** Профилирование дисковых режущих инструментов для обработки винтовых поверхностей цилиндрических и конических деталей: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Казань, 2003. 38 с.

3. **Сморкалов Н. В.** Численный метод профилирования инструмента для шлифования канавки шариковой гайки // Станки и инструмент. 2001. № 7. С. 14–17.

4. **Хисамутдинов Р. М.** Разработка методов формообразования производящей поверхности червячных фрез и долбяков: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Казань, 2005. 20 с.

5. **Щегольков Н. Н.** Итерационное профилирование дискового инструмента для обработки винтовых поверхностей с использованием метода общих нормалей // Станки и инструменты. 1991. № 6. С. 21–24.

6. **Лашнев С. И., Борисов А. Н.** Геометрическая модель формирования поверхностей режущими инструментами // Станки и инструмент. 1995. № 4. С. 22–26.
